



Tổng quan bài thi

Tên bài	File nguồn	File Input	File Output	Thời gian
Số cặp nghịch thế	Invert.*	Invert.Inp	Invert.Out	1 giây
Xóa kí tự	EraseChar.*	EraseChar.Inp	EraseChar.Out	1 giây
Tổng số mũ chẵn – lẻ	SumExpo.*	SumExpo.Inp	SumExpo.Out	1 giây
Điều khiển mức màu	LCD.*	LCD.Inp	LCD.Out	1 giây

Phần mở rộng .* được thay thế bằng Pas, Cpp, Py ứng với các ngôn ngữ lập trình Pascal, C++, Python.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Câu 1. (6 điểm) Số cặp nghịch thế

Cho dãy số nguyên A gồm N số nguyên $A_1, A_2, \dots, A_N$. Ta gọi cặp chỉ số (i, j) là một cặp nghịch thế trên dãy A nếu thỏa mãn $1 \leq i < j \leq N$ và $A_i > A_j$.

Có Q yêu cầu, mỗi yêu cầu cho hai số nguyên L, R với $1 \leq L < R \leq N$, xét dãy gồm các số hạng $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$. Hãy tính số cặp nghịch thế của dãy số này, tức là tính số cặp chỉ số (i, j) thỏa mãn: $L \leq i < j \leq R$ và $A_i > A_j$.

Dữ liệu cho trong file văn bản **Invert.Inp** gồm:

- Dòng thứ nhất ghi hai số nguyên dương N và Q .
- Dòng thứ hai ghi N số nguyên $A_1, A_2, \dots, A_N$.
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi hai số nguyên L và R ($1 \leq L < R \leq N$) ứng với một yêu cầu.

Kết quả ghi ra file văn bản **Invert.Out** gồm Q dòng, mỗi dòng là số cặp nghịch thế ứng với mỗi yêu cầu.

Ví dụ:

Invert.Inp	Invert.Out	Giải thích
5 2 2 3 1 4 2 1 3 4 5	2 1	Yêu cầu 1: $L = 1, R = 3$; dãy: $A_1, A_2, A_3 = [2, 3, 1]$, ta có 2 cặp nghịch thế ứng với cặp chỉ số $(1, 3), (2, 3)$. Yêu cầu 2: $L = 4, R = 5$; dãy: $A_4, A_5 = [4, 2]$, ta có 1 cặp nghịch thế ứng với cặp chỉ số $(4, 5)$.

Giới hạn:

- $2 \leq N \leq 1000$;
- $0 \leq A_i \leq 10^6$ với $i = 1, 2, 3, \dots, N$;
- Có 50% số test ứng với $Q = 1; L = 1, R = N$;
- Có 50% số test ứng với $2 \leq Q \leq 10; 1 \leq L < R \leq N$.



Câu 2. (5 điểm) Xóa kí tự

Một chuỗi kí tự được gọi là một chuỗi đối xứng nếu đọc chuỗi đó từ trái sang phải cũng giống như đọc từ phải sang trái. Ví dụ, các chuỗi “aba”, “madam”, “a” là các chuỗi đối xứng; các chuỗi “abc”, “abbaa”, “ab” không phải là chuỗi đối xứng.

Cho chuỗi kí tự St gồm N kí tự thuộc tập chữ cái latin thường. Thực hiện xóa các kí tự ở bên trái, bên phải (cũng có thể chỉ xóa các kí tự ở một bên) của chuỗi St sao cho:

- Tổng số các kí tự bị xóa bằng K .
- Các kí tự còn lại tạo thành một chuỗi đối xứng.

Ví dụ:

- Cho chuỗi $St = \underline{“abb\underline{c}”}$, $K = 2$, ta có thể xóa 1 kí tự bên trái và 1 kí tự bên phải để nhận được chuỗi “bb” là chuỗi đối xứng;
- Cho chuỗi $St = \underline{“aa\underline{b\underline{c}”}}$, $K = 2$, ta có thể xóa 0 kí tự bên trái và 2 kí tự ở bên phải để nhận được chuỗi “aa” là chuỗi đối xứng;
- Cho chuỗi $St = \underline{“\underline{a}abbb”}$, $K = 2$, ta có thể xóa 2 kí tự ở bên trái và 0 kí tự bên phải để nhận được chuỗi “bbb” là chuỗi đối xứng;
- Cho chuỗi $St = “abcde”$, $K = 2$, ta không thể xóa 2 kí tự ở 2 bên (trái, phải) của chuỗi St để nhận được chuỗi đối xứng.

Yêu cầu: Hãy đưa ra chuỗi đối xứng nhận được sau khi xóa K kí tự thuộc bên trái, bên phải của chuỗi St .

Dữ liệu cho trong file văn bản **EraseChar.Inp** gồm:

- Dòng thứ nhất ghi 2 số nguyên dương N và K .
- Dòng thứ hai ghi chuỗi kí tự gồm N kí tự thuộc tập chữ cái latin thường.

Kết quả ghi ra file văn bản **EraseChar.Out** là chuỗi đối xứng nhận được sau khi xóa K kí tự thuộc bên trái, bên phải của chuỗi St . Nếu có nhiều cách xóa, hãy đưa ra chuỗi đối xứng nhận được trong một cách xóa bất kì, nếu không có cách xóa, hãy đưa ra “No”.

Ví dụ:

EraseChar.Inp	EraseChar.Out	Giải thích
6 3 aabbbe	bbb	Xóa 2 kí tự “aa” bên trái và 1 kí tự ‘e’ bên phải.
6 3 abcdsd	dsd	Xóa 3 kí tự “abc” bên trái.
6 3 aaefgd	No	Không có cách xóa.

Giới hạn:

- Có 80% số test ứng với $1 \leq K < N \leq 255$;
- Có 20% số test ứng với $1 \leq K < N \leq 2000$.

Câu 3. (5 điểm) Tổng số mũ chẵn – lẻ

Cho số tự nhiên N ($N \geq 2$), ta có thể phân tích N thành tích các thừa số nguyên tố với dạng $N = P_1^{x_1} \times P_2^{x_2} \times \dots \times P_k^{x_k}$, trong đó $P_1 < P_2 < \dots < P_k$ là các số nguyên tố và $x_1, x_2, \dots, x_k > 0$. Gọi S là tổng các số mũ x_i có giá trị chẵn và P là tổng các số mũ x_j có giá trị lẻ. Chú ý là $S + P = x_1 + x_2 + \dots + x_k$.



Yêu cầu: Hãy đưa ra giá trị của S và P .

Dữ liệu cho trong file văn bản **SumExpo.Inp** gồm một số tự nhiên N ($2 \leq N$).

Kết quả ghi ra file văn bản **SumExpo.Out** gồm hai dòng:

- Dòng thứ nhất ghi giá trị của S .
- Dòng thứ hai ghi giá trị của P .

Ví dụ:

SumExpo.Inp	SumExpo.Out	Giải thích
20	2 1	$20 = 2^2 \times 5^1$ $S = 2; P = 1$
420	2 3	$420 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$ $S = 2; P = 1 + 1 + 1 = 3$
3	0 1	$3 = 3^1$ $S = 0; P = 1$
4	2 0	$4 = 2^2$ $S = 2; P = 0$

Giới hạn:

- Có 30% số test ứng với $N \leq 10^6$, $P_1 < P_2 < \dots < P_k < 20$ trong đó $N = P_1^{x_1} \times P_2^{x_2} \times \dots \times P_k^{x_k}$.
- Có 30% số test ứng với $N \leq 10^6$;
- Có 40% số test ứng với $N \leq 10^{12}$.

Câu 4. (4 điểm) Điều khiển mức màu

Vinh mới mua một màn hình LCD của công ty công nghệ *StarTech* mới thiết kế có độ phân giải màu sắc gồm M mức màu, đó là mức 1, mức 2, ..., mức M . Thiết bị điều khiển của màn hình gồm 2 nút bấm điều khiển. Nút bấm thứ nhất được gọi là nút “Inc”. Khi bấm vào nút này, nếu màn hình đang ở mức màu i ($i < M$) thì sẽ chuyển lên mức màu $i + 1$, nếu $i = M$ thì sẽ chuyển về mức màu 1. Nút bấm thứ 2 được gọi là nút “favorite”, khi bấm vào nút này mức màu của màn hình sẽ chuyển về mức X , với X là một thông số được thiết lập trước.

Màn hình thì rất đẹp, chiếc điều khiển cũng rất đẹp. Vinh muốn thử chiếc điều khiển và kiểm tra các mức màu của màn hình. Vinh đưa ra một dãy mức màu $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($1 \leq A_i \leq M$, $A_i \neq A_{i+1}$) và sẽ điều khiển để màn hình từ mức A_i chuyển sang mức A_{i+1} ($i = 1, 2, \dots, N - 1$) bằng cách bấm vào các nút bấm. Ban đầu màn hình ở mức màu A_1 . Gọi $S(X)$ là tổng số lần bấm ít nhất để chuyển từ mức màu A_1 sang A_2 , từ A_2 sang A_3 , ..., từ A_{N-1} sang A_N ứng với thông số thiết lập là mức X .

Yêu cầu: Tìm giá trị nhỏ nhất của $S(X)$ khi X thay đổi từ 1 đến M .

Dữ liệu cho trong file văn bản **LCD.Inp** gồm:

- Dòng thứ nhất ghi 2 số nguyên dương N và M .
- Dòng thứ hai ghi N số nguyên $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($1 \leq A_i \leq M$).

Kết quả ghi ra file văn bản **LCD.Out** gồm một số nguyên là giá trị nhỏ nhất của $S(X)$ khi X thay đổi từ 1 đến M .

Ví dụ:

LCD.Inp	LCD.Out	Giải thích
4 5 1 2 4 5	3	- Với $X = 1$: Chuyển từ 1 $\rightarrow$ 2, bấm 1 lần nút “Inc”; từ 2 $\rightarrow$ 4, bấm 2 lần nút “Inc”; chuyển từ 4 $\rightarrow$ 5 bấm 1 lần nút “Inc”. Tổng $1 + 2 + 1 = 4$, tức là $S(1) = 4$. - Với $X = 2$: Chuyển từ 1 $\rightarrow$ 2, bấm 1 lần nút “Inc”; từ 2 $\rightarrow$ 4, bấm 2 lần nút “Inc”; chuyển từ 4 $\rightarrow$ 5 bấm 1 lần nút “Inc”. Tổng $1 + 2 + 1 = 4$, tức là $S(2) = 4$. - Với $X = 3$: Chuyển từ 1 $\rightarrow$ 2, bấm 1 lần nút “Inc”; từ 2 $\rightarrow$ 4, bấm 2 lần nút “Inc”; chuyển từ 4 $\rightarrow$ 5 bấm 1 lần nút “Inc”. Tổng $1 + 2 + 1 = 4$, tức là $S(3) = 4$. - Với $X = 4$: Chuyển từ 1 $\rightarrow$ 2, bấm 1 lần nút “Inc”; từ 2 $\rightarrow$ 4, bấm 1 lần nút “favorite”; chuyển từ 4 $\rightarrow$ 5 bấm 1 lần nút “Inc”. Tổng $1 + 1 + 1 = 3$, tức là $S(4) = 3$. - Với $X = 5$: Chuyển từ 1 $\rightarrow$ 2, bấm 1 lần nút “Inc”; từ 2 $\rightarrow$ 4, bấm 2 lần nút “Inc”; chuyển từ 4 $\rightarrow$ 5 bấm 1 lần nút “favorite”. Tổng $1 + 2 + 1 = 4$, tức là $S(5) = 4$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $S(X)$ là 3.
2 3 2 1	1	- Với $X = 1$: Chuyển từ 2 $\rightarrow$ 1, bấm 1 lần nút “favorite”. - Với $X = 2$: Chuyển từ 2 $\rightarrow$ 1, bấm 2 lần nút “Inc”. - Với $X = 3$: Chuyển từ 2 $\rightarrow$ 1, bấm 2 lần nút “Inc”. Vậy giá trị nhỏ nhất của $S(X)$ là 1.

Giới hạn:

- Có 25% số test ứng với $2 \leq N, M \leq 10^5$; $1 \leq A_1 < A_2 < \dots < A_N \leq M$;
- Có 25% số test ứng với $2 \leq N, M \leq 10^3$;
- Có 50% số test ứng với $2 \leq N, M \leq 10^5$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh Số báo danh:.....